

## Arithmagone(Rechendreiecke, Rechenvierecke)

### Fachlehrplan Grundschule Mathematik:

Voraussetzung für die Kompetenzentwicklung im Mathematikunterricht ist ein motivierendes und handlungsorientiertes Lernangebot, das entdeckendes Lernen ermöglicht. Durch eine angemessene und lebensweltbezogene Aufgabenvielfalt im Unterricht sollen die Schülerinnen und Schüler gefordert werden, ihre mathematischen Vorstellungen, ihre Kenntnisse und Fertigkeiten selbstständig und in Teamarbeit flexibel anzuwenden. Dazu müssen in einem übungintensiven Mathematikunterricht solche Aufgaben ausgewählt werden, die zur Ausbildung von Routinen beitragen und solche, die darüber hinaus Anlass zum Nachdenken geben und kreative Lösungen erfordern. Beim Bearbeiten der Aufgaben stehen neben der Ermittlung richtiger Lösungen vor allem auch die Diskussion möglicher Lösungswege und ggf. die gemeinsame Suche nach Fehlerursachen im Mittelpunkt. Der konstruktive Umgang mit Fehlern stellt einen unverzichtbaren Bestandteil des Unterrichts dar. Er macht individuelle Lernprozesse transparent und ermöglicht die Ableitung von Maßnahmen für differenziertes Fordern und Fördern.<sup>1</sup>

### Was sind Arithmagone?

Arithmagone sind Vielecke, deren Ecken und Kanten mit Zahlen beschriftet sind. Jede Kantenzahl ergibt sich als Summe der benachbarten Eckzahlen.

Arithmagone sind Rechendreiecke, Rechenvierecke, ... die auf der Idee der Rechenmauer basieren.

### Wortschatzkästchen Arithmagone:

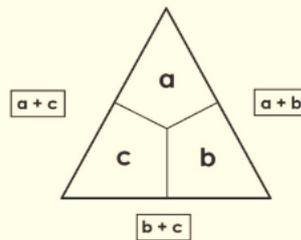
Ecken	Kanten	Eckzahlen	links unten
Rechendreieck	Rechenviereck	Rechenmauer	addieren
Wenn ..., dann ...		subtrahieren	

<sup>1</sup> [https://lisa.sachsen-anhalt.de/fileadmin/Bibliothek/Politik\\_und\\_Verwaltung/MK/LISA/Unterricht/Lehrplaene/GS/Anpassung/lp\\_gs\\_mathe\\_01\\_08\\_2019.pdf](https://lisa.sachsen-anhalt.de/fileadmin/Bibliothek/Politik_und_Verwaltung/MK/LISA/Unterricht/Lehrplaene/GS/Anpassung/lp_gs_mathe_01_08_2019.pdf) (Stand am 28.8.2019)

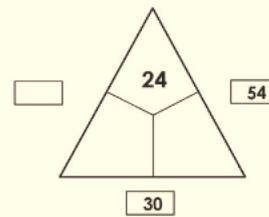
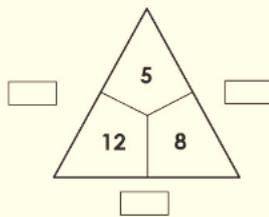
## 7.2 Rechendreiecke

### 7.2.1 Welche mathematische Grundstruktur steckt dahinter?

Rechendreiecke sind so aufgebaut, dass in den drei Randzahlen die Summe der sogenannten Mittelzahlen in den beiden anliegenden Innenfeldern gebildet wird. Die algebraische Darstellung soll nochmals die allgemeine Struktur der Rechendreiecke verdeutlichen.



Diese Grundstruktur ermöglicht die bereits genannte Vielzahl verschiedener Aufgabenstellungen, die bereits ab Klasse 1 eingesetzt werden können. Durch Änderung des Zahlenraums, der Ausweitung auf negative Zahlen bzw. Brüche oder Änderung der Rechenoperation (Multiplikation anstelle von Addition) entstehen verschiedene Einsatzmöglichkeiten, die jedoch noch keine Variation in der Komplexität darstellen.

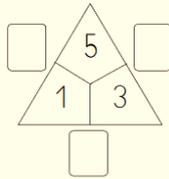


<sup>2</sup> Entnommen aus <https://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/grundschule/sinus-grundschule/gute-aufgaben/docs/Rechendreiecke.pdf> (Stand am 28.12.2019)

## Mögliche Aufgabenstellungen:

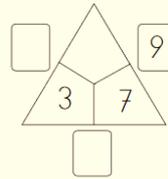
1. Vorgegeben sind die drei inneren Zahlen.

Beispiel:



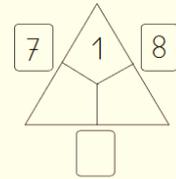
2. Vorgegeben sind zwei innere Zahlen und eine äußere Zahl.

Beispiel:



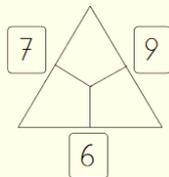
3. Vorgegeben sind eine innere und zwei äußere Zahlen.

Beispiel:



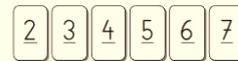
4. Vorgegeben sind die drei äußeren Zahlen. (Hier müssen die Kinder die Lösung durch systematisches Probieren finden.)

Beispiel:



5. Vorgegeben sind sechs (geeignete) Zahlen, aus denen ein Dreieck zusammengesetzt werden soll.

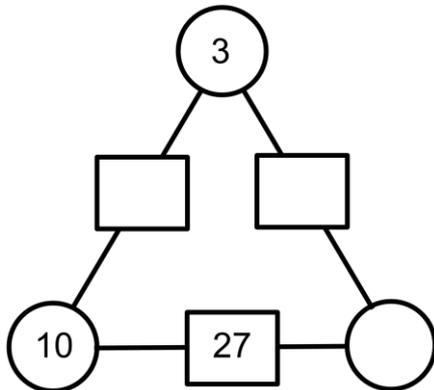
Beispiel:



6. Die Kinder erfinden weitere Rechendreiecke mit selbstgewählten Zahlen.

**Aufgabe 1 - Dreieck-Arithmagone/Rechendreiecke**

Fülle das vorgegebene Dreieck-Arithmagon aus.



a) Welche Zusammenhänge zwischen den Zahlen des Arithmagons findest du?

Schreibe: *Ich habe entdeckt, dass ....*

*Wenn man die Zahlen ..., dann ...*

b) Wie verändern sich die Kantenzahlen, wenn man eine, zwei oder drei Eckzahlen um jeweils 1 erhöht?

Schreibe: Wenn man die linke Kantenzahl um ... erhöht, dann ...

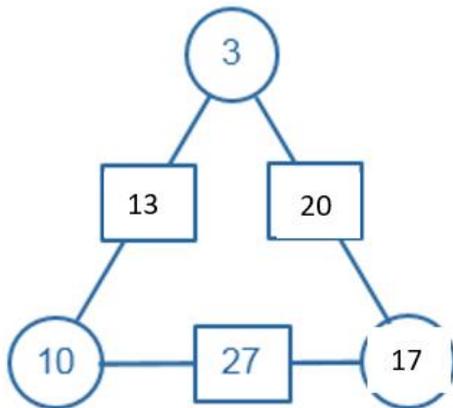
Wenn man die rechte Kantenzahl um ... erhöht, dann ...

c) Was passiert, wenn man ein, zwei oder drei Kantenzahlen um jeweils 1 erhöht?

Benutze die Redemittel aus den Aufgaben a) und b).

**Lösungsbeispiele:**

Lennox:



Die Summe aller Kantenzahlen ergibt 60.

Die Summe aller Eckzahlen ergibt 30.

Ich erkenne, dass die Summe aller Eckzahlen halb so groß ist, wie die Summe aller Kantenzahlen.

Ich erkenne, dass die Eckzahlen immer um 7 größer werden.

Ich erkenne, dass die Kantenzahlen um 7 größer werden.

Pepe:

Ich erkenne, dass,

an Kanten und ecken jeweils eine Zahl mit einer 7, einer 3 und einer 0 endet.

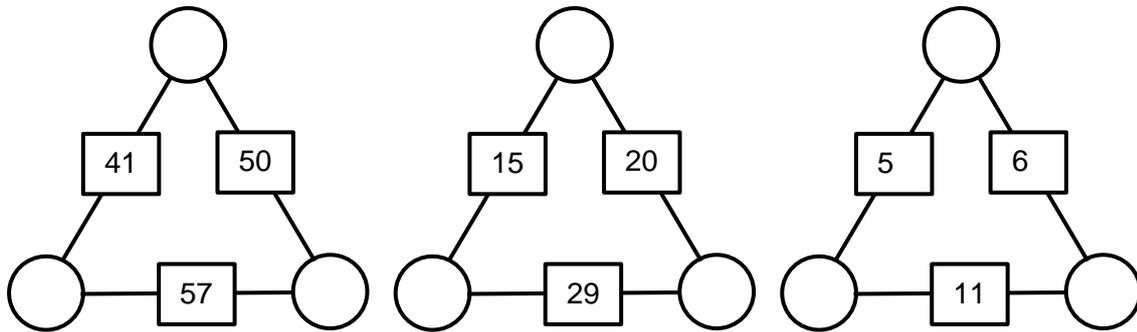
wenn man alle Kanten/Eckzahlen miteinander addiert, ergibt es eine gerade Zahl.

die Summe aller Kantenzahlen doppelt so groß ist, wie die Summe aller Eckzahlen.

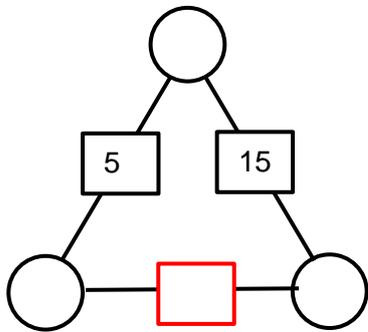
die sich gegenüberliegende Kanten- und Eckzahlen miteinander addiert immer 30 ergeben = Summe aller Eckzahlen

## Aufgabe 2 – Lösen von Dreieck-Arithmagonen

a) Löse die folgenden Arithmagone:



b) Welche Zahlen dürfen im roten Feld stehen, damit das Arithmagon lösbar ist?



c) Beschreibe, wie man die Eckzahlen ermitteln kann.

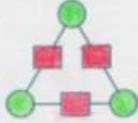
Wenn du möchtest, kannst du deine Beschreibung mit einer Skizze ergänzen.

**Lösungsbeispiele:**

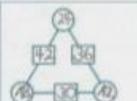
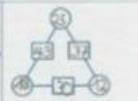
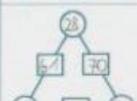
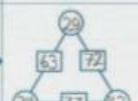
Johanna:

**Aufgabe 2: Mein Dreieck-Arithmagon**  
**Kantenzahl und Eckzahl**

1. Male alle Formen (Kreise und Vierecke) für die **Kantenzahl** rot und für die **Eckzahl** grün im Dreieck-Arithmagon aus.



2. Wie verändern sich die Kantenzahlen, wenn man eine, zwei oder drei Eckzahlen um jeweils 1 erhöht.

2.a)		eine Eckzahl um 1 erhöht		Wenn ..., dann... eine Eckzahl um 1 erhöht wird siehe Anhang
2.b)		zwei Eckzahlen um 1 erhöht		
2.c)		drei Eckzahlen um 1 erhöht		

**Lösung zu Aufgabe 2**

2a)

Wenn 1 Eckzahl um 1 erhöht wird z.B die oberste Eckzahl dann werden die beiden Kantenzahlen die jeweils rechts und links sind von der obersten Eckzahl auch um 1 erhöht.

2b)

Wenn 2 Eckzahlen um 1 erhöht werden z.B die oberste Eckzahl und die linke Eckzahl dann wird die mittlere Kantenzahl die zwischen den beiden Eckzahlen ist, um 2 erhöht, und die restlichen beiden Kantenzahlen werden um 1 erhöht.

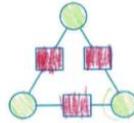
2c)

Wenn man 3 Eckzahlen um 1 erhöht dann erhöhen sich alle Kantenzahlen um jeweils 2.

Cathrin:

**Aufgabe 2: Mein Dreieck-Arithmagon  
Kantenzahl und Eckzahl**

1. Male alle Formen (Kreise und Vierecke) für die **Kantenzahl** rot und für die **Eckzahl** grün im Dreieck-Arithmagon aus.

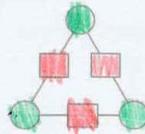


2. Wie verändern sich die Kantenzahlen, wenn man eine, zwei oder drei Eckzahlen um jeweils 1 erhöht.

	<p>eine Eckzahl um 1 erhöht</p>		<p>Wennn ..., dann ... wenn man eine Eckzahl um 1 erhöht, dann erhöhen sich 2 Kantenzahlen um 1</p>
	<p>zwei Eckzahlen um 1 erhöht</p>		<p>wenn man zwei Eckzahlen um 1 erhöht, dann erhöhen sich 2 Kantenzahlen um 1 und 1 Kantenzahl um 2</p>
	<p>drei Eckzahlen um 1 erhöht</p>		<p>wenn man drei Eckzahlen um 1 erhöht, dann erhöhen sich alle Kantenzahlen um 2</p>

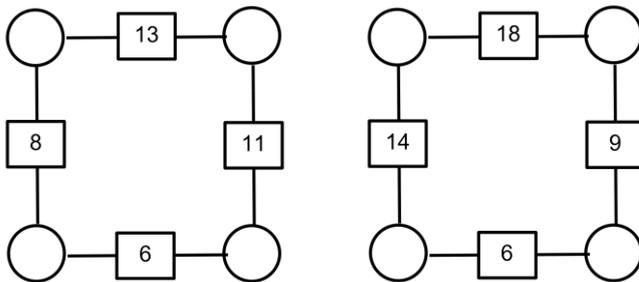
Pepe:

1. Male alle Formen (Kreise und Vierecke) für die **Kantenzahl** rot und für die **Eckzahl** grün im Dreieck-Arithmagon aus.



2. Wie verändern sich die Kantenzahlen, wenn man eine, zwei oder drei Eckzahlen um jeweils 1 erhöht.

	<p>eine Eckzahl um 1 erhöht</p>		<p>Wenn ..., dann ... Wenn man eine Eckzahl um eins erhöht, dann werden zwei Kantenzahlen jeweils um eins erhöht.</p>
	<p>zwei Eckzahlen um 1 erhöht</p>		<p>Wenn man zwei Eckzahlen jeweils um eins erhöht, werden zwei Kantenzahlen um eins erhöht und eine Kantenzahl um zwei.</p>
	<p>drei Eckzahlen um 1 erhöht</p>		<p>Wenn drei Eckzahlen um eins erhöht werden, dann werden alle drei Kantenzahlen um zwei erhöht.</p>

**Aufgabe 3 - Viereck-Arithmagone**

Entscheide, welche Viereck-Arithmagone lösbar sind.

Falls ein Arithmagon nicht lösbar ist: Begründe warum.

Falls ein Arithmagon lösbar ist: Wie viele Lösungen gibt es?

**Aufgabe 4 – Primzahlen-Arithmagone**

Eine Primzahl ist eine Zahl mit genau zwei verschiedenen Teilern.

Findest du Viereck-Arithmagone, in denen ausschließlich Primzahlen vorkommen?

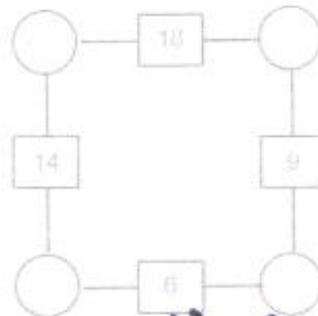
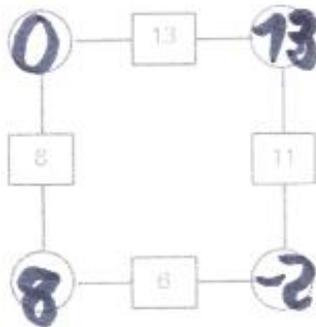
Wie gehst du dabei vor?

## Lösungsbeispiele:

Max:

## Viereck-Arithmagone

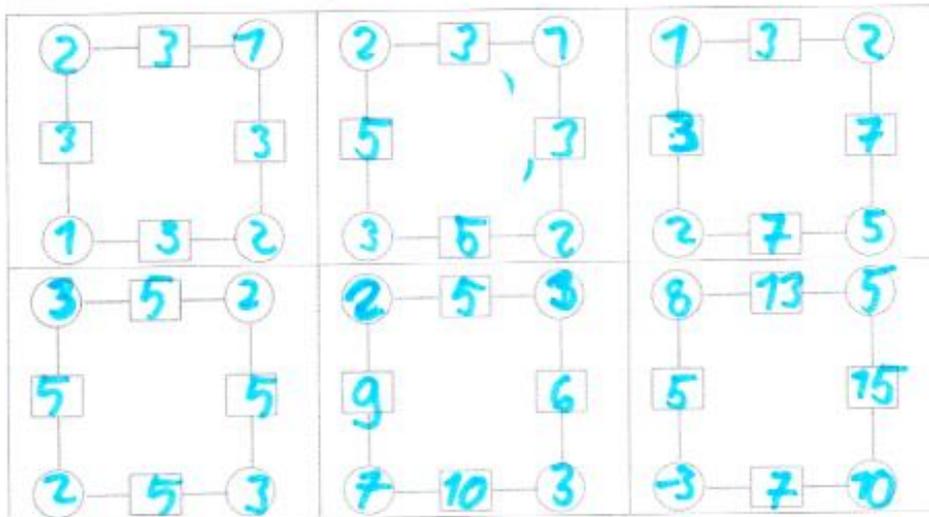
1. Entscheide, welche Viereck-Arithmagone lösbar sind.  
 Falls ein Arithmagon nicht lösbar ist: Begründe warum.  
 Falls ein Arithmagon lösbar ist: Wie viele Lösungen gibt es?



unlösbar

2. Eine Primzahl ist eine Zahl mit genau zwei verschiedenen Teilern. Findest du Viereck-Arithmagone, in denen ausschließlich Primzahlen vorkommen?

Meine Primzahlarithmagone

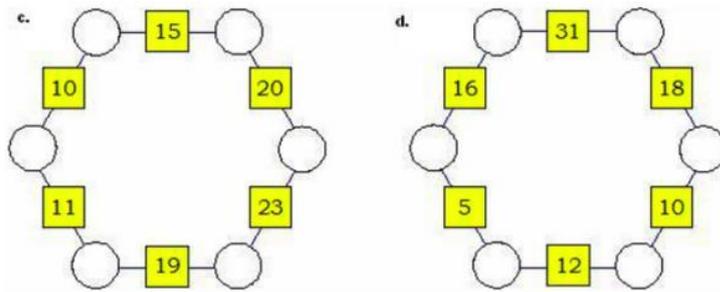


Beschreibe, wie du dabei vorgehst?  
 Nutze für deine Beschreibung das Textfeld.

Ausprobieren! 🚩

**Aufgabe 5: Sechseck-Arithmagone**

1. Löse die beiden folgenden Sechseck-Arithmagone.



2. Beschreibe, wie du dabei vorgehst.

3. Erfinde ein eigenes Sechseck-Arithmagon. Nutze hierfür das Arbeitsblatt.

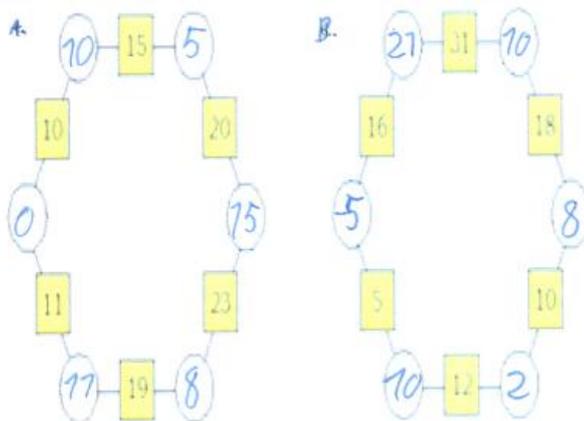
**Lösungsbeispiele:**

Johanna

Ich nehme mir die unterste linke Kantenanzahl und zerteile sie in zwei Eckzahlen. Das mache ich dann mit allen anderen genauso. Und probiere ob es aufgeht.

Max:

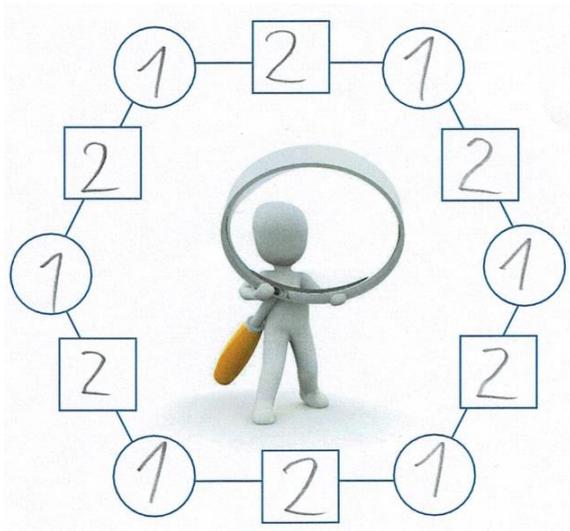
1. Löse die beiden folgenden Sechseck-Arithmagone.



2. Beschreibe, wie du dabei vorgehst.

Ich habe mir zwei Kantenanzahlen angeschaut und die größere Kantenanzahl minus die kleinere Kantenanzahl gerechnet. Dessen ergebnis habe ich als Eckzahl rein geschrieben und den rest ausgerechnet!

Oskar:



Ich fange bei der kleinsten Kantenzahl an und probiere nacheinander die möglichen Zahlen durch.

Tim:

