Umformen von Potenzen - Potenzgesetz 21. Stunde

Tägliche Übung 15 min

1. Berechne ohne Taschenrechner!

1. $2^5 =$ **32**

2. $5^4 =$ **625**

3. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 =$ **$\frac{16}{81}$**

4. $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$ **$\frac{1}{9}$**

5. $(-1)^7 =$ **-1**

6. $0{,}1^3 =$ $\left(\frac{1}{10}\right)^3 =$ **$\frac{1}{1000}$**

7. $(-2)^6 =$ **64**

8. $(-3)^3 =$ **-27**

9. $0{,}2^4 =$ $\left(\frac{2}{10}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^4 =$ **$\frac{1}{625}$**

10. $(-5)^3 =$ **-125**

2. Setze passend ein!

1. $2^{\square}=512$ ☐ = 9

2. $19^{\square}=361$ ☐ = 2

3. $4^{\square}=64$ ☐ = 3

4. $\square^{6}=1.000.000$ ☐ = 10

5. $(-1)^{\square}=-1$ alle ungeraden ganzen Zahlen

3. Schreibe mit abgetrennten Zehnerpotenzen!

1. 23.400.000 = $\mathbf{2,34 \cdot 10^7}$

2. 7560 = $\mathbf{7,56 \cdot 10^3}$

3. 0,035 = $\mathbf{3,5 \cdot 10^{-2}}$

4. 0,00004 = $\mathbf{4 \cdot 10^{-5}}$

4. Schreibe als Zahl!

1. $4{,}5 \bullet 10^{-3} =$ **0,0045**

2. $3{,}8 \bullet 10^{7} =$ **38.000.000**

3. $2{,}1 \bullet 10^{-1} =$ **0,21**

4. $4{,}2 \bullet 10^{3} =$ **4200**

Umformen von Potenzen - Potenzgesetz 20 min

Einstieg LB S. 28

Multiplizieren und Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis

Paula hat ihre Rechenwege nicht aufgeschrieben.

$10^3 \cdot 10^2 = 10^5$	$\frac{10^7}{10^4} = 10^3$	$2^4 \cdot 2^5 = 2^9$	$a^5 \cdot a^3 = a^8$
$10^{-4} \cdot 10^3 = 10^{-1}$	$\frac{10^2}{10^{-3}} = 10^5$	$2^{-3} : 2^5 = 2^{-8}$	$\frac{a^3}{a^5} = a^{-2}$

- Kontrolliert Paulas Hausaufgaben.
- Versucht Regeln zu entdecken. Formuliert sie.
- Überprüft die Regeln durch weitere Beispiele.
- Präsentiert eure Ergebnisse.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

LB S. 29

INFORMATION

Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis

Man multipliziert Potenzen mit gleicher Basis, indem man die Exponenten addiert. Die gemeinsame Basis bleibt erhalten.

$\mathbf{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ (für ganze Zahlen m und n sowie $a \neq 0$)

Einschränkende Bedingung: x ungleich 0

Beispiele: (1) $2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$ (2) $x^{-5} \cdot x^2 = x^{-5+2} = x^{-3}$ $(x \neq 0)$

Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleicher Basis

Man dividiert Potenzen mit gleicher Basis, indem man die Exponenten subtrahiert. Die gemeinsame Basis bleibt erhalten.

$\mathbf{\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}}$ (für ganze Zahlen m und n sowie $a \neq 0$)

Beispiele: (1) $\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2$ (2) $\frac{r^2}{r^{-3}} = r^{2-(-3)} = r^{2+3} = r^5$ $(r \neq 0)$

Potenzgesetz für das Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis

Man multipliziert Potenzen mit gleicher Basis, indem man die Exponenten addiert. Die gemeinsame Basis bleibt erhalten.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$ (für ganzen Zahlen m und n sowie a ≠ 0)

Beispiele:

$$4^5 \cdot 4^3 = 4^{5+3} = 4^8 \qquad y^3 \cdot y^7 = y^{3+7} = y^{10}$$ (y ≠ 0)

Potenzgesetz für das Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis

Man dividiert Potenzen mit gleicher Basis, indem man die Exponenten subtrahiert. Die gemeinsame Basis bleibt erhalten.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}$$ (für ganzen Zahlen m und n sowie a ≠ 0)

Beispiele:

$$\frac{4^9}{4^3} = 4^9 : 4^3 = 4^{9-3} = 4^6 \qquad \frac{x^{12}}{x^5} = x^{12} : x^5 = x^{12-5} = x^7$$ (x ≠ 0)

Übung 10 min

a.) $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$

b.) $0{,}4^4 \cdot 0{,}4^7 = 0{,}4^{4+7} = 0{,}4^{11}$

c.) $\left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^9 = \left(\frac{1}{5}\right)^{4+9} = \left(\frac{1}{5}\right)^{13}$

d.) $4^3 \cdot 4 = 4^{3+1} = 4^4$

e.) $7^3 \cdot 7^5 \cdot 7 \cdot 7^{10} = 7^{3+5+1+10} = 7^{19}$

Beachte: $3 = 3^1$

2. Wende die Potenzgesetze an.

a) $3^2 \cdot 3^5$ b) $0{,}4^{-8} \cdot 0{,}4^5$ c) $3^2 \cdot 3^{-3}$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ e) $3^4 \cdot 3$

2. a) 3^7 b) $0{,}4^{-3}$ c) 3^{-1} d) $\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$ e) 3^5

3. a) Warum gilt im Beispiel rechts die einschränkende Bedingung: a ≠ 0?

b) Vereinfache. Gib gegebenenfalls die einschränkende Bedingung an.

(1) $b^{-2} \cdot b^3$ (2) $x^0 \cdot x^{-7}$ (3) $(2x)^4 \cdot 2x$ (4) $(uv)^8 \cdot (vu)^{-3}$ (5) $2x^3 \cdot x^{-3}$

$a^3 \cdot a^{-7} = a^{3+(-7)} = a^{-4}$ (für $a \neq 0$)

3. a) a^{-7} bedeutet $\frac{1}{a^7}$, durch 0 darf nicht dividiert werden, daher $a \neq 0$.

b) (1) b (für $b \neq 0$)
(2) x^{-7} (für $x \neq 0$)
(3) $(2x)^5$
(4) $(uv)^5$ (für $uv \neq 0$)
(5) $2x^0 = 2$ (für $x \neq 0$)