

Umfang und Flächeninhalt eines Kreises

2. Stunde

Tägliche Übung

15 min

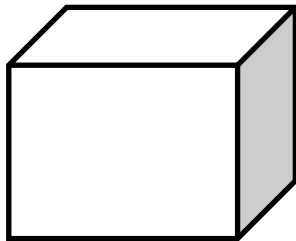
1. Kopfrechnen

1.	$11^2 =$	121
2.	$14^2 =$	196
3.	$18^2 =$	324
4.	$20^2 =$	400
5.	$25^2 =$	625

6.	Wurzel (144) =	12
7.	Wurzel (100) =	10
8.	Wurzel(256) =	16
9.	Wurzel (0) =	0
10.	Wurzel (3) • Wurzel (3) =	3

2. Berechnen Oberfläche und Volumen der Körper!

a.)



2 cm

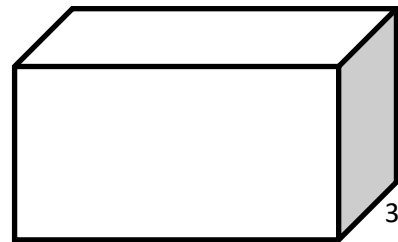
$$A_O = 6 \cdot a^2$$

$$A_O = 24 \text{ cm}^2$$

$$V = a^3$$

$$V = 8 \text{ cm}^3$$

b.)



4 cm

6 cm

$$A_O = 2 \cdot 6 \cdot 3 + 2 \cdot 6 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$A_O = 108 \text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 72 \text{ cm}^3$$

Umfang und Flächeninhalt eines Kreises

LB S. 138

10 min

UMFANG UND FLÄCHENINHALT EINES KREISES

Kreisumfang

EINSTIEG



Bei Kreisen kann man den Durchmesser d leicht messen, der Kreisumfang u , also die Länge der Kreislinie, lässt sich schwieriger messen. Kann man aus dem Durchmesser den Umfang bestimmen?



- » Besorgt euch verschiedene kreisrunde Gegenstände, z.B. Münzen, eine CD, Trinkbecher, Dosen, Töpfe usw.
- » Schätzt zunächst, das Wievielfache des Durchmessers d der Umfang u ist.
- » Messt bei verschiedenen kreisförmigen Gegenständen den Durchmesser d und den Umfang u möglichst genau. Hierzu könnt ihr z. B. eine Münze auf einer geraden Linie abrollen oder ein Stück Seil verwenden.
- » Tragt die Ergebnisse in eine Tabelle ein und zeichnet einen Graphen der Zuordnung *Durchmesser $d \rightarrow$ Umfang u* . Was fällt auf?
- » Berechnet den Quotienten $\frac{u}{d}$. Das Wievielfache des Durchmessers d ist der Umfang u ? Wie kann man den Umfang u aus dem Durchmesser d bestimmen?

Umfang und Flächeninhalt eines Kreises

Übung

Gegenstand	Umfang cm	Durchmesser cm	u/d
Tasse	25	8	3,125
Dose	18	5,3	3,40
Topf	51	17	3

Das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser eines Kreises beträgt rund 3.

Umfang und Flächeninhalt eines Kreises

15 min

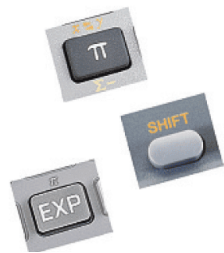
LB S. 139

Die Kreiszahl π

Die Kreiszahl π entspricht dem Verhältnis von Umfang zu Durchmesser jedes Kreises.

Die Zahl π ist ein unendlicher, nicht periodischer Dezimalbruch und wird zur Berechnung von Umfang Flächeninhalt eines Kreises genutzt.

Näherungswert: 3,14



(1) Die Kreiszahl π

Die meisten Taschenrechner haben eine Taste für π . Drückt man diese Taste, so erscheint 3,141592654. Dies ist auch nur ein Näherungswert für π . π ist eine irrationale Zahl.

Vereinbarung:

Bei schriftlichen Rechnungen verwenden wir den Näherungswert 3,14 für π , für Abschätzungen und Überschläge den Näherungswert 3. Beim Rechnen mit dem Taschenrechner benutzen wir immer die Taste π .

Umfang eines Kreises

Kreisumfang:
etwa das Drei-
fache des
Durchmessers

(2) Umfang des Kreises

Für den **Umfang** u eines Kreises mit dem **Durchmesser** d bzw. dem **Radius** r gilt:

$$u = \pi \cdot d \text{ bzw. } u = 2\pi \cdot r$$

Beispiele:

Gegeben: $d = 4,5 \text{ cm}$

Überschlag:

$$u \approx 3 \cdot 4,5 \text{ cm} = 13,5 \text{ cm}$$

Rechnung:

$$u = \pi \cdot d$$

$$u = \pi \cdot 4,5 \text{ cm}$$

$$u \approx 14,1 \text{ cm}$$

Gegeben: $r = 5,1 \text{ cm}$

Überschlag:

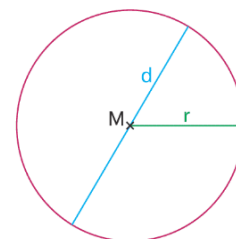
$$u \approx 2 \cdot 3 \cdot 5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

Rechnung:

$$u = 2\pi \cdot r$$

$$u = 2\pi \cdot 5,1 \text{ cm}$$

$$u \approx 32,0 \text{ cm}$$



Übung

LB S. 139 Nr. 2

2. Überschlage zunächst den Umfang des Kreises.

Berechne dann den Umfang mit der π -Taste deines Taschenrechners. Runde sinnvoll. Vergleiche.

a) $d = 4,0 \text{ cm}$

b) $d = 15,4 \text{ cm}$

c) $r = 2,35 \text{ m}$

d) $r = 350 \text{ km}$

a.)

Überschlag

$$u = 2\pi r = \pi d$$

$u =$	3	•	4	=	12
$u =$	3,14159265	•	4	=	<u><u>12,6 cm</u></u>

b.)

Überschlag

$u =$	3	•	15,4	=	46,2
$u =$	3,14159265	•	15,4	=	<u><u>48,4 cm</u></u>

c.)

Überschlag

$u =$	2	•	3	•	2,35	=	14,1
$u =$	2	•	3,14159265	•	2,35	=	<u><u>14,8 m</u></u>

d.)

Überschlag

$u =$	2	•	3	•	350	=	2100
$u =$	2	•	3,14159265	•	350	=	<u><u>2199 km</u></u>

Der Flächeninhalt eines Kreises

Kreisfläche:
ungefähr dreimal
so groß wie
Radiusquadrat

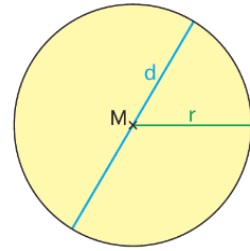
Für den **Flächeninhalt A eines Kreises** mit dem Radius r gilt:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Beispiel: $r = 5,1 \text{ cm}$

Überschlag: $A \approx 3 \cdot (5 \text{ cm})^2$
 $A \approx 75 \text{ cm}^2$

Rechnung: $A = \pi \cdot (5,1 \text{ cm})^2$
 $A \approx \underline{\underline{81,7 \text{ cm}^2}}$



Übung

LB S. 143 Nr. 3

3. Überschlage zunächst den Flächeninhalt der Kreisfläche. Berechne ihn dann mit dem Taschenrechner. Runde das Ergebnis sinnvoll. Vergleiche.

- a) $r = 4 \text{ cm}$ b) $r = 7,9 \text{ cm}$ c) $d = 1,3 \text{ m}$ d) $d = 10,4 \text{ m}$ e) $d = 15 \text{ km}$

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

a.)

Überschlag

$$\begin{array}{rclclcl} A = & 3 & \cdot & x^2 & = & \\ & & & 16 & & 48 \\ & & r = & 4 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rclclcl} A = & 3,14159265 & \cdot & x^2 & = & \\ & & & 16 & & \underline{\underline{50,27 \text{ cm}^2}} \\ & & r = & 4 & & \end{array}$$

b.)

Überschlag

$$\begin{array}{rclclcl} A = & 3 & \cdot & x^2 & = & \\ & & & 64 & & 192 \\ & & r = & 8 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rclclcl} A = & 3,14159265 & \cdot & x^2 & = & \\ & & & 62,41 & & \underline{\underline{196,07 \text{ cm}^2}} \\ & & r = & 7,9 & & \end{array}$$

c.)

Überschlag

$$\begin{array}{rclclcl} A = & 3 & : & x^2 & = & \\ & & & 4 & & 0,75 \\ & & r = & 1 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rclclcl} A = & 3,14159265 & : & x^2 & = & \\ & & & 4 & & 1,69 \\ & & r = & 1,3 & & \underline{\underline{1,33 \text{ m}^2}} \end{array}$$

d.)

Überschlag

$$\begin{array}{rclclcl} \mathbf{A} = & 3 & : & 4 & \bullet & \begin{array}{l} x^2 \\ 100 \end{array} & = & 75 \\ & & & & r = & 10 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rclclcl} \mathbf{A} = & 3,14159265 & : & 4 & \bullet & \begin{array}{l} x^2 \\ 108,16 \end{array} & = & \underline{\underline{84,95}} \\ & & & & r = & 10,4 & & \underline{\underline{\text{m}^2}} \end{array}$$

e.)

Überschlag

$$\begin{array}{rclclcl} \mathbf{A} = & 3 & : & 4 & \bullet & \begin{array}{l} x^2 \\ 400 \end{array} & = & 300 \\ & & & & r = & 20 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rclclcl} \mathbf{A} = & 3,14159265 & : & 4 & \bullet & \begin{array}{l} x^2 \\ 225 \end{array} & = & \underline{\underline{176,71}} \\ & & & & r = & 15 & & \underline{\underline{\text{km}^2}} \end{array}$$

Übung

5 min

1. Berechnen den Kreisumfang!

$$u = 2\pi r = \pi d$$

r = 3 cm

u = 18,85 cm

d = 5 cm

u = 15,71 cm

2. Berechne den Flächeninhalt der Kreise.

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

r = 10 cm

A= 314,159265

r = 12 cm

A= 452,389342