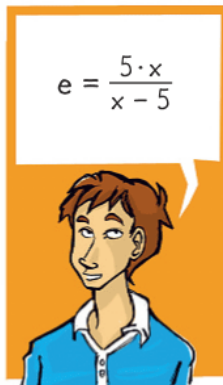


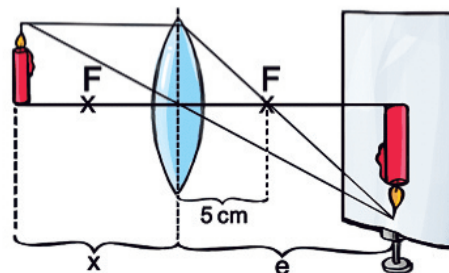
Bruchterme

EINSTIEG



Stellt man eine Kerze vor einer Sammellinse (mit der Brennweite 5 cm) auf, so kann man auf der anderen Seite der Linse auf einem Schirm ein Bild der Kerze auffangen. Dieses ist aber nur scharf, wenn man den Schirm in einer bestimmten Entfernung von der Linse platziert. In der Physik kann man zeigen, dass für eine Linse mit der Brennweite 5 cm gilt:

Ist x (in cm) die Entfernung der Kerze von der Linse, so erhält man ein scharfes Bild, wenn die Entfernung e (in cm) des Schirmes von der Linse $e = \frac{5 \cdot x}{x - 5}$ beträgt.



» Die Kerze steht 7 cm von der Linse entfernt. Ermittle rechnerisch, in welcher Entfernung e der Schirm aufgestellt werden muss.

Wenn man die Kerze 5 cm von der Linse entfernt aufstellt, so erhält man kein scharfes Bild von der Kerze, wie immer man auch den Schirm verschiebt. Dies liegt daran, dass die Kerze genau im Brennpunkt vor der Linse steht.

» Was erhält man, wenn man bei $x = 5$ cm versucht, die Entfernung des Schirms e rechnerisch zu bestimmen?

$$e = \frac{5 \cdot x}{x - 5}$$

$$x = 7 \text{ cm}$$

$$e = \frac{5 \cdot 7}{7 - 5} = 17,5 \text{ cm}$$

$$x = 5 \text{ cm}$$

$$e = \frac{5 \cdot 5}{5 - 5} = \text{n.l.}$$

--> Der Nenner eines solchen Terms darf nie 0 werden.

--> Die Zahlen, die beim Einsetzen zu einem Nenner = 0 führen sind als Lösungen nicht zugelassen!

Bruchterme

Terme wie $\frac{4}{x-3}$, $\frac{x+10}{x(x+2)}$ und $\frac{4+7}{5 \cdot (5+1)}$ heißen **Bruchterme**.

Den Quotienten $a : b$ kann man als Bruchterm $\frac{a}{b}$ schreiben.

Der Bruchstrich ersetzt das Divisionszeichen.

Definitionsbereich eines Bruchterms

Der **Definitionsbereich DB** eines Terms enthält die Zahlen, für die man nach Einsetzung für die Variablen den Termwert berechnen kann.

Bei Bruchtermen darf der Nenner nicht 0 werden.

Deshalb gibt man für den Definitionsbereich zuerst alle rationalen Zahlen an und schließt danach die aus, für die der Nenner 0 wird.

Beispiel: $\frac{5x}{x-7}$ $\text{DB} = \mathbb{Q} \setminus \{7\}$

2. a) Berechne den Wert des Terms $\frac{x}{(x-2) \cdot (x+4)}$ für $x = 3$; $x = 7$; $x = -4$; $x = 2,5$; $x = 0$.
Warum ist der Term nicht für $x = 2$ und nicht für $x = -4$, wohl aber für $x = 0$ definiert (erklärt)?
- b) Gegeben ist der Term $\frac{x+2}{x^2+1}$. Berechne den Wert des Terms für $x = 5$; $x = -3$; $x = 0$; $x = -2,5$; $x = 4,5$. Warum ist der Term für alle rationalen Zahlen x definiert?

a.)
$$\frac{x}{(x-2) \cdot (x+4)} \quad x =$$

x	3	7	-4	2,5	0
Wert des Terms	3/7	7/55	#DIV/0!		0
Wert des Terms	0,42857143	0,12727273	#DIV/0!	0,76923077	0

für $x = 2$ und $x = -4$ wird einer der Faktoren im Nenner gleich 0, die Division durch 0 ist nicht erlaubt.
für $x = 0$ wird nur der Zähler gleich 0, die Division ergibt 0

b.)
$$\frac{x+2}{x^2+1}$$

x	5	-3	0	-2,5	4,5
Wert des Terms	7/26	- 1/10	2		
Wert des Terms	0,26923077	-0,1	2	-0,06896552	0,30588235

Der Nenner ist für alle rationalen Zahlen größer als 0 und der Term deshalb für alle rationalen Zahlen definiert.

3.

3. Gib den Definitionsbereich an.

a) $\frac{2}{x}$

b) $\frac{3x}{7}$

c) $\frac{7x+9}{x+8}$

d) $\frac{7x^2+5}{3x+2}$

$\frac{5}{2x-4} \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

a.) $\frac{2}{x} \quad DB = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

b.) $\frac{3x}{7} \quad DB = \mathbb{Q}$

c.) $\frac{7x+9}{x+8} \quad DB = \mathbb{Q} \setminus \{-8\}$

d.) $\frac{7x^2+5}{3x+2} \quad DB = \mathbb{Q} \setminus \{-2/3\}$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{20}{28} = \frac{20 : 4}{28 : 4} = \frac{5}{7}$$

4. Du kannst Bruchterme wie gemeine Brüche erweitern und kürzen.
Beachte aber, dass der Erweiterungs-/Kürzungsfaktor ungleich 0 sein muss.

a) Erweitere: $\frac{5}{9}$ mit b; $\frac{2x^2}{3x}$ mit x; $\frac{a+b}{a-b}$ mit c

b) Kürze: $\frac{-15a}{45a}$; $\frac{4x^2}{2x}$; $\frac{3x^2+2x}{-4x}$

$$\frac{4x}{3} = \frac{4x^2}{3x}; x \neq 0$$

$$\frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}; x \neq 0$$

4. a.) $\frac{5}{9}$ mit b $\frac{5b}{9b} \quad b \neq 0$

$\frac{2x^2}{3x}$ mit x $\frac{2x^3}{3x^2} \quad x \neq 0$

$\frac{a+b}{a-b}$ mit c $\frac{(a+b)c}{(a-b)c} = \frac{ac+bc}{ac-bc} \quad c \neq 0$

b.) $\frac{-15a}{45a} = \frac{-1}{3} \quad a \neq 0$

$\frac{4x^2}{2x} = x \quad x \neq 0$

$\frac{3x^2+2x}{-4x} = \frac{x(3x+2)}{-4x} = \frac{3x+2}{-4} \quad x \neq 0$