

Oberflächeninhalt eines Kegels

2. Stunde

Tägliche Übung

15 min

WDH: Zeichne das Zweitafelbild eines Kegels mit:

$$d = 6 \text{ cm} \quad r = 3 \text{ cm}$$

$$h = 3 \text{ cm}$$

$$d = 100 \text{ mm}$$

$$s = 60 \text{ mm}$$

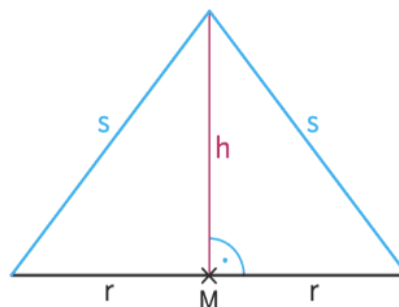
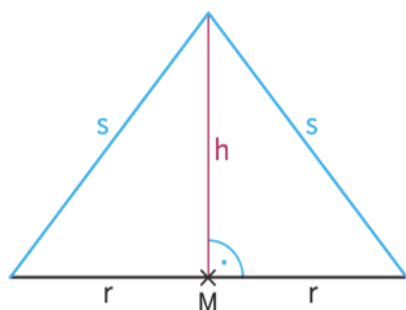
$$r = 5 \text{ cm}$$

$$s = 6 \text{ cm}$$

Berechne außerdem die Länge von

s

h

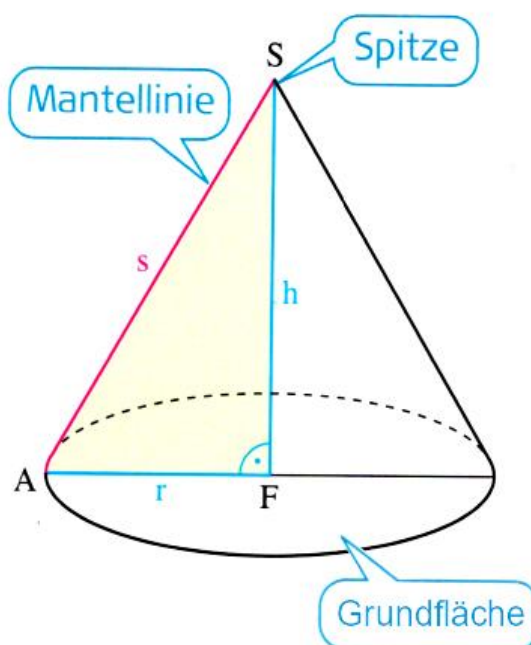


$$s^2 = h^2 + r^2$$

$$\begin{array}{rclcl} s^2 & = & 3^2 & + & 3^2 \\ s^2 & = & 9 & + & 9 \\ s^2 & = & 18 & \sqrt{} & \\ \underline{\underline{s}} & = & \underline{\underline{4,2 \text{ cm}}} & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl} h^2 & = & 6^2 & - & 5^2 \\ h^2 & = & 36 & - & 25 \\ h^2 & = & 11 & \sqrt{} & \\ \underline{\underline{h}} & = & \underline{\underline{3,3 \text{ cm}}} & & \end{array}$$

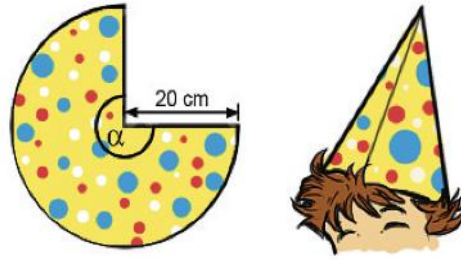
WDH Wichtige Begriffe



Oberflächeninhalt eines Kegels

Florian baut sich einen kegelförmigen Faschingshut.

- » Stelle auch einen Faschingshut her.
- » Wie verändert sich die Form des Kegels, wenn man den Winkel α verkleinert beziehungsweise vergrößert?



Je kleiner der Winkel, umso spitzer der Kegel.

1. Ein kegelförmiges Indianerzelt soll hergestellt werden. Der Durchmesser soll 3,00 m betragen, die Höhe 4,00 m.
 - a) Wie groß ist der Abstand von der Zeltspitze zu den Zeltspiegeln?
 - b) Wie kann man berechnen, wie viel m² Zeltplane man braucht?
Entwickle eine Formel.
 - c) Berechne die Fläche der benötigten Zeltplane.

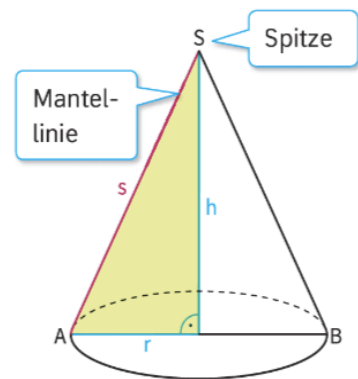


Lösung

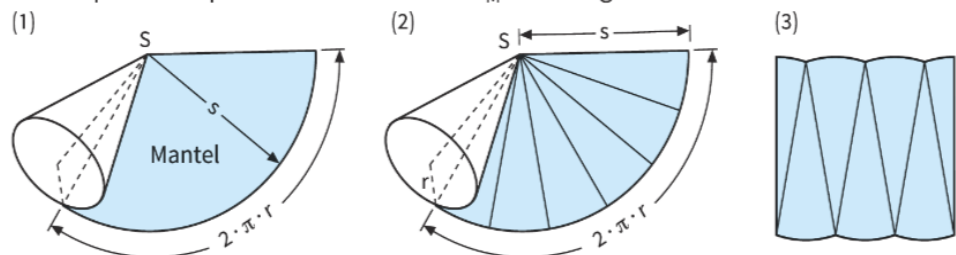
- a) Der Abstand von der Zeltspitze zu den Zeltspiegeln $\overline{AS}$ entspricht der Länge s einer Mantellinie des Kegels. In dem grünen Stützdreieck ist die Mantellinie die Hypotenuse, der Radius und die Höhe des Kegels sind die Katheten. Nach dem Satz des Pythagoras gilt für das grüne Dreieck:

$$\begin{aligned}
 s^2 &= r^2 + h^2 \\
 s^2 &= (1,50 \text{ m})^2 + (4,00 \text{ m})^2 \\
 s^2 &= 18,25 \text{ m}^2 \\
 s &= \sqrt{18,25 \text{ m}^2} \\
 s &\approx 4,27 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Ergebnis: Der Abstand beträgt ungefähr 4,27 m.



- b) Die Zeltplane entspricht der Mantelfläche A_M eines Kegels.



Die Bildfolge zeigt, wie man eine Formel entwickeln kann: Der Kegelmantel wird in die Ebene abgewickelt (Bild (1)) und in kleine gleich große Sektoren zerlegt (Bild (2)). Diese Teile werden zu einer neuen Figur zusammengesetzt (Bild (3)).

Kreis
 $A = \pi r^2$
 $u = 2\pi r$

Je feiner die Unterteilung, also je größer die Anzahl der Teile ist, desto mehr nähert sich die Figur einem Rechteck mit den Seitenlängen πr und s an (Bild 4)).

Der Flächeninhalt des Kegelmantels beträgt dann also

$$A_M = \pi \cdot r \cdot s.$$

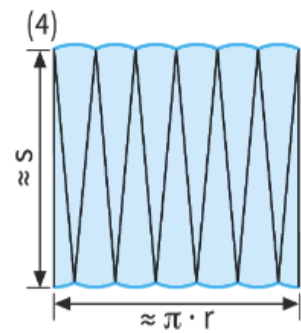
- c) Für die Fläche der benötigten Zeltplane gilt damit:

$$A_M = \pi \cdot r \cdot s$$

$$A_M \approx \pi \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}$$

$$\underline{A_M \approx 18,85 \text{ m}^2}$$

Ergebnis: Es werden $18,85 \text{ m}^2$ Zeltplane benötigt.



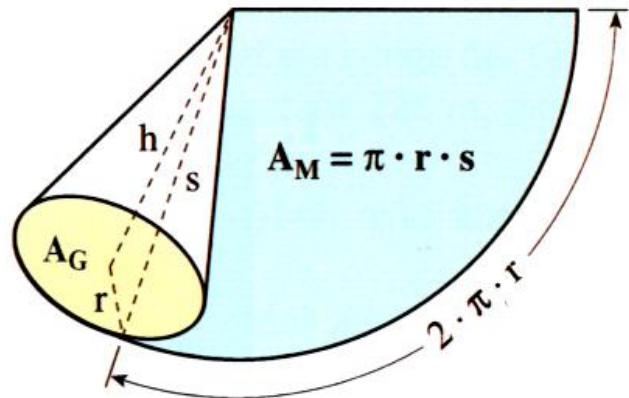
Für den **Mantelflächeninhalt A_M eines Kegels** mit dem Grundkreisradius r und der Länge s der Mantellinie gilt:

$$\boxed{A_M = \pi \cdot r \cdot s}$$

Für den **Oberflächeninhalt A_O des Kegels** gilt:

$$\boxed{A_O = A_G + A_M}$$

$$\boxed{A_O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s}$$



LB S. 103 Nr. 2

2. a) Berechne den Mantelflächeninhalt A_M des Kegels mit:

(1) $r = 4 \text{ cm}; s = 5 \text{ cm}$

(2) $r = 27 \text{ m}; h = 23 \text{ m}$

(3) $s = 9,5 \text{ dm}; h = 7,2 \text{ dm}$

b) Berechne den Oberflächeninhalt A_O des Kegels mit:

(1) $r = 5 \text{ cm}; s = 7 \text{ cm}$

(2) $r = 6 \text{ dm}; h = 6,5 \text{ dm}$

(3) $s = 7,3 \text{ m}; h = 5,4 \text{ m}$

c) Gegeben ist ein Kegel mit der Höhe h und der Länge der Mantellinie s .

Gib eine Formel zur Berechnung des Radius r des Grundkreises an.

d) Gegeben ist ein Kegel mit der Mantelfläche A_M und dem Radius r .

Gib eine Formel zur Berechnung der Mantellinie s an.

$$A_M = \pi \cdot r \cdot s$$

a.)

1. $r = 4 \text{ cm}$
 $s = 5 \text{ cm}$

$A_M = 62,83 \text{ cm}^2$

$h = 23 \text{ m}$

2. $r = 27 \text{ m}$
 $s = 35,5 \text{ m}$

$s^2 = 529 + 729$
 $s^2 = 1258 \quad / \sqrt{}$
 $s = 35,5 \text{ m}$

$A_M = 3008,527 \text{ m}^2$

3. $h = 7,2 \text{ dm}$
 $r = 6,2 \text{ dm}$
 $s = 9,5 \text{ dm}$

$r^2 = 90,3 - 51,84$
 $r^2 = 38,4 \quad / \sqrt{}$
 $r = 6,2 \text{ dm}$

$A_M = 184,968 \text{ dm}^2$

2. a) Berechne den Mantelflächeninhalt A_M des Kegels mit:

(1) $r = 4 \text{ cm}; s = 5 \text{ cm}$

(2) $r = 27 \text{ m}; h = 23 \text{ m}$

(3) $s = 9,5 \text{ dm}; h = 7,2 \text{ dm}$

b) Berechne den Oberflächeninhalt A_O des Kegels mit:

(1) $r = 5 \text{ cm}; s = 7 \text{ cm}$

(2) $r = 6 \text{ dm}; h = 6,5 \text{ dm}$

(3) $s = 7,3 \text{ m}; h = 5,4 \text{ m}$

c) Gegeben ist ein Kegel mit der Höhe h und der Länge der Mantellinie s .

Gib eine Formel zur Berechnung des Radius r des Grundkreises an.

d) Gegeben ist ein Kegel mit der Mantelfläche A_M und dem Radius r .

Gib eine Formel zur Berechnung der Mantellinie s an.

b.)

1. $r = 5 \text{ cm}$
 $s = 7 \text{ cm}$

$A_M = 109,96 \text{ cm}^2$

$A_G = 78,539816 \text{ cm}^2$

$A_O = 188,50 \text{ cm}^2$

2. $h = 6,5 \text{ dm}$
 $r = 6 \text{ dm}$
 $s = 8,8 \text{ dm}$

$s^2 = 42,25 + 36$
 $s^2 = 78,25 \quad \sqrt{\quad}$
 $s = 8,8 \text{ dm}$

$A_M = 166,741 \text{ dm}^2$

$A_G = 113,09734 \text{ dm}^2$

$A_O = 279,839 \text{ dm}^2$

3. $h = 5,4 \text{ m}$
 $r = 4,9 \text{ m}$
 $s = 7,3 \text{ m}$

$r^2 = 53,3 - 29,16$
 $r^2 = 24,1 \quad \sqrt{\quad}$
 $r = 4,9 \text{ m}$

$A_M = 112,655 \text{ m}^2$

$A_G = 75,806631 \text{ m}^2$

$A_O = 188,462 \text{ m}^2$

$$A_O = A_G + A_M$$

$$A_O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$$

$$c) r = \sqrt{s^2 - h^2}$$

$$d) s = \frac{A_M}{\pi \cdot r}$$